



ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα σπουδαστική εργασία μελετώνται τα προβλήματα που περιγράφουν ροή ρευστών, μεταφορά θερμότητας και σχετικά φαινόμενα και αναλύεται ο τρόπος επίλυσης των εξισώσεων που τα διέπουν. Αρχικά, εισάγεται η θεωρία για τη μηχανική των ρευστών, καθώς και οι εξισώσεις ρευστοδυναμικής, οι οποίες προκύπτουν από τους νόμους διατήρησης της κλασικής φυσικής. Γίνεται αναφορά σε όλα τα στοιχεία που πρέπει να υπάρχουν σε ένα καλά διατυπωμένο πρόβλημα Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής και στις συνιστώσες μιας μεθόδου αριθμητικής επίλυσης. Εν συνεχεία, εφαρμόζονται οι πεπερασμένες διαφορές, και πιο συγκεκριμένα οι κεντρικές διαφορές και η προσήμεμη μέθοδος, σε πρώτο στάδιο σε απλούστερες διαφορικές εξισώσεις όπως είναι η μονοδιάστατη παραβολική εξίσωση διάχυσης θερμότητας και η μονοδιάστατη υπερβολική εξίσωση μεταφοράς για την βαθύτερη κατανόηση αυτών των σχημάτων διακριτοποίησης. Σε τελικό στάδιο, ο στόχος είναι να επιλυθεί το δισδιάστατο σύστημα των μη γραμμικών εξισώσεων Burgers με τα σχήματα που αναφέρθηκαν. Αναπτύσσοντας τον κώδικα και προσομοιώνοντας το πρόβλημα στο λογισμικό MATLAB, εξάγονται τα αποτελέσματα, που αφορούν στρωτή, ασυμπίεστη ροή στη μόνιμη κατάσταση και γίνεται σύγκριση μεταξύ των δύο σχημάτων διακριτοποίησης. Τέλος, η εργασία ολοκληρώνεται με τη μελέτη ανεξαρτησίας της λύσης από το πλέγμα και συμπεραίνεται ότι οι κεντρικές διαφορές είναι πιο αποτελεσματικές σε σχέση με την προσήμεμη μέθοδο καθώς αραιώνεται το πλέγμα.

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

- 1) $\nabla U = 0$
- 2) $\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla(UU) = \alpha \nabla^2 U$

Παραδοχές: Ασυμπίεστη, Στρωτή Ροή με σταθερό ιξώδες α.

2D σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων Burger

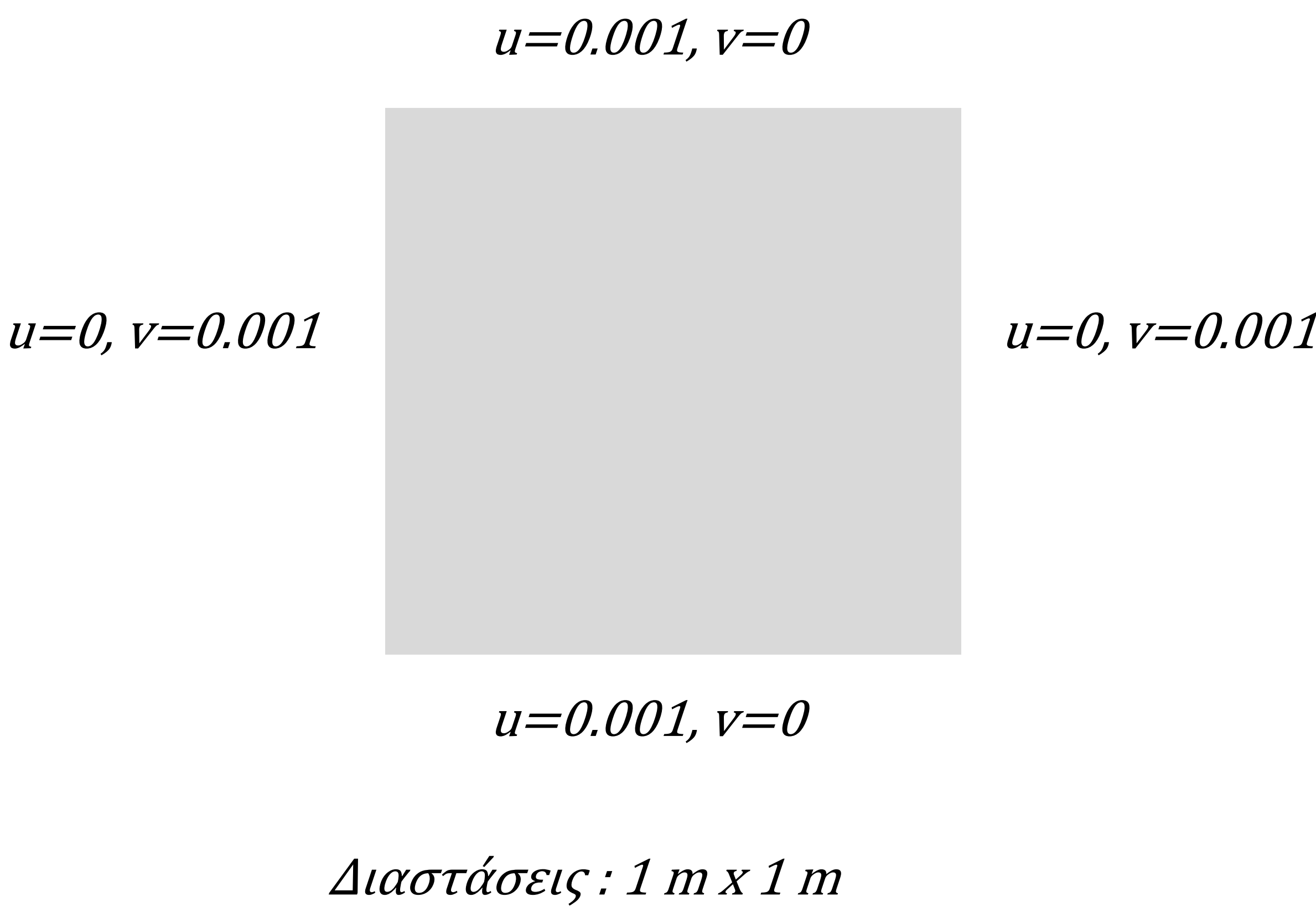
$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} = \alpha (u_{xx} + u_{yy})$$

$$\frac{\partial (uv)}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = \alpha (v_{xx} + v_{yy})$$

ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

- Κεντρικές Διαφορές
- Προσήμεμη Μέθοδος

ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ



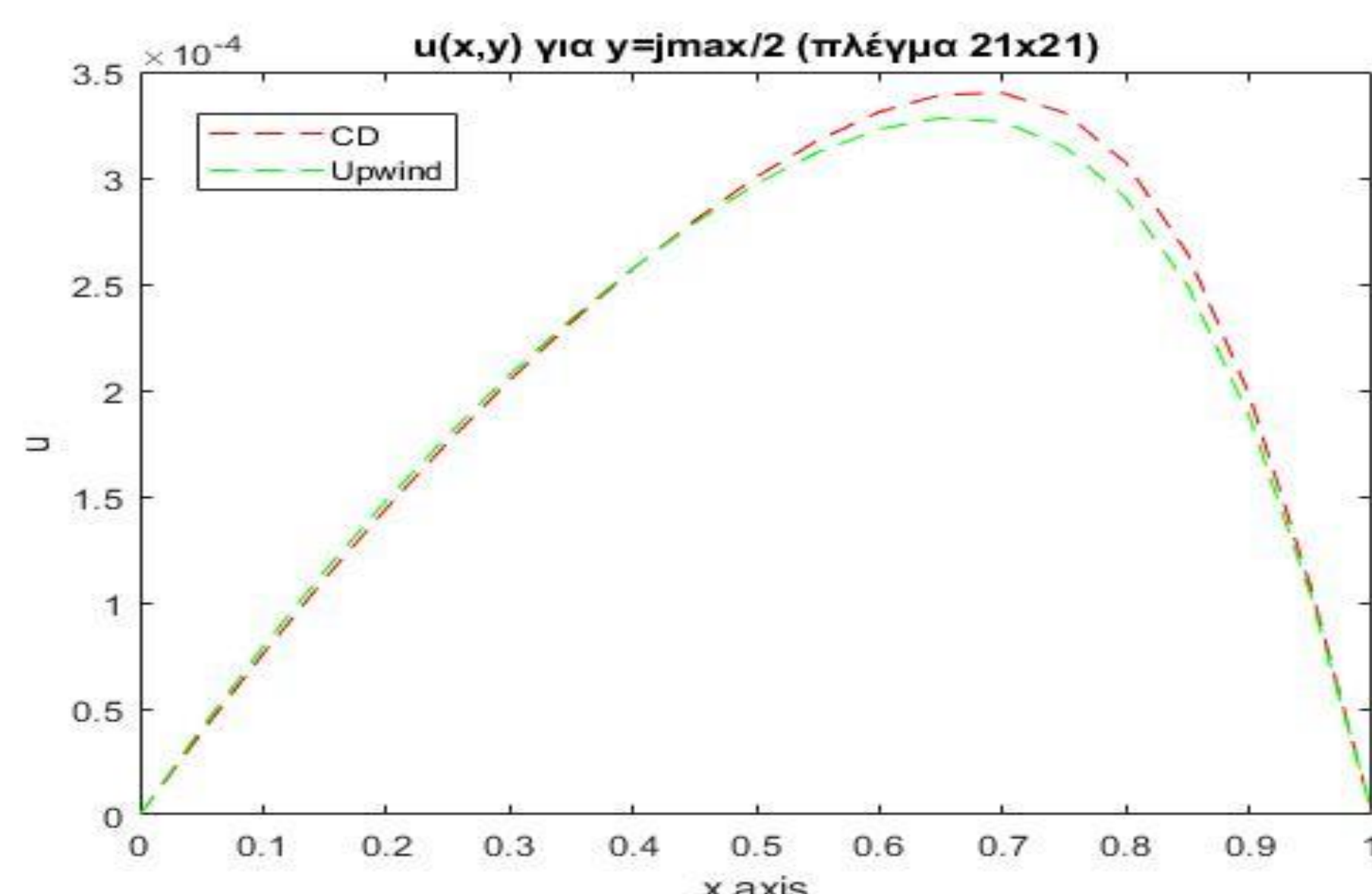
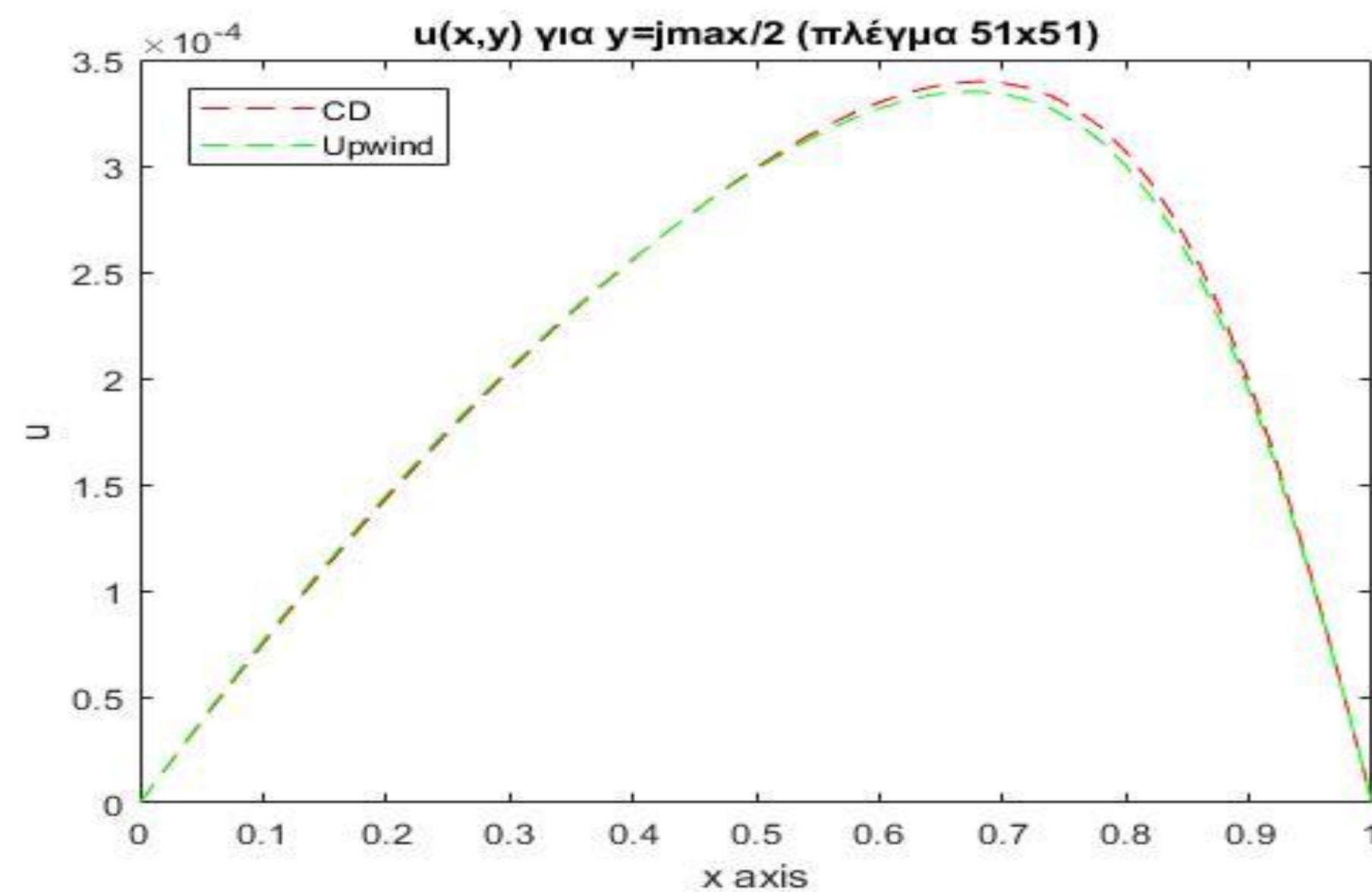
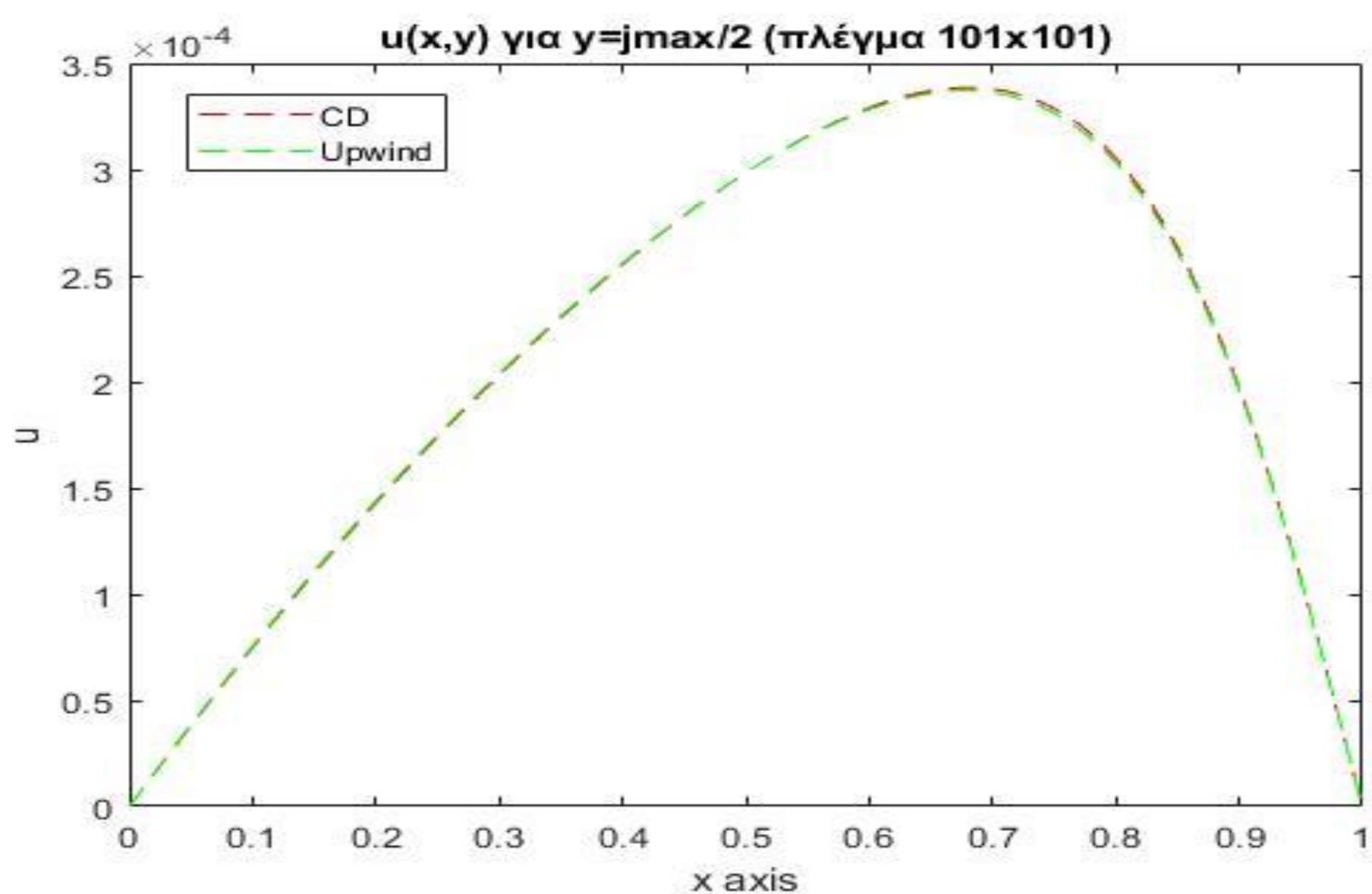
Ορίστηκαν μηδενικές Αρχικές Συνθήκες στα υπόλοιπα σημεία.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΛΕΓΜΑ

Χρησιμοποιήθηκε ομοιόμορφο, δομημένο υπολογιστικό πλέγμα :

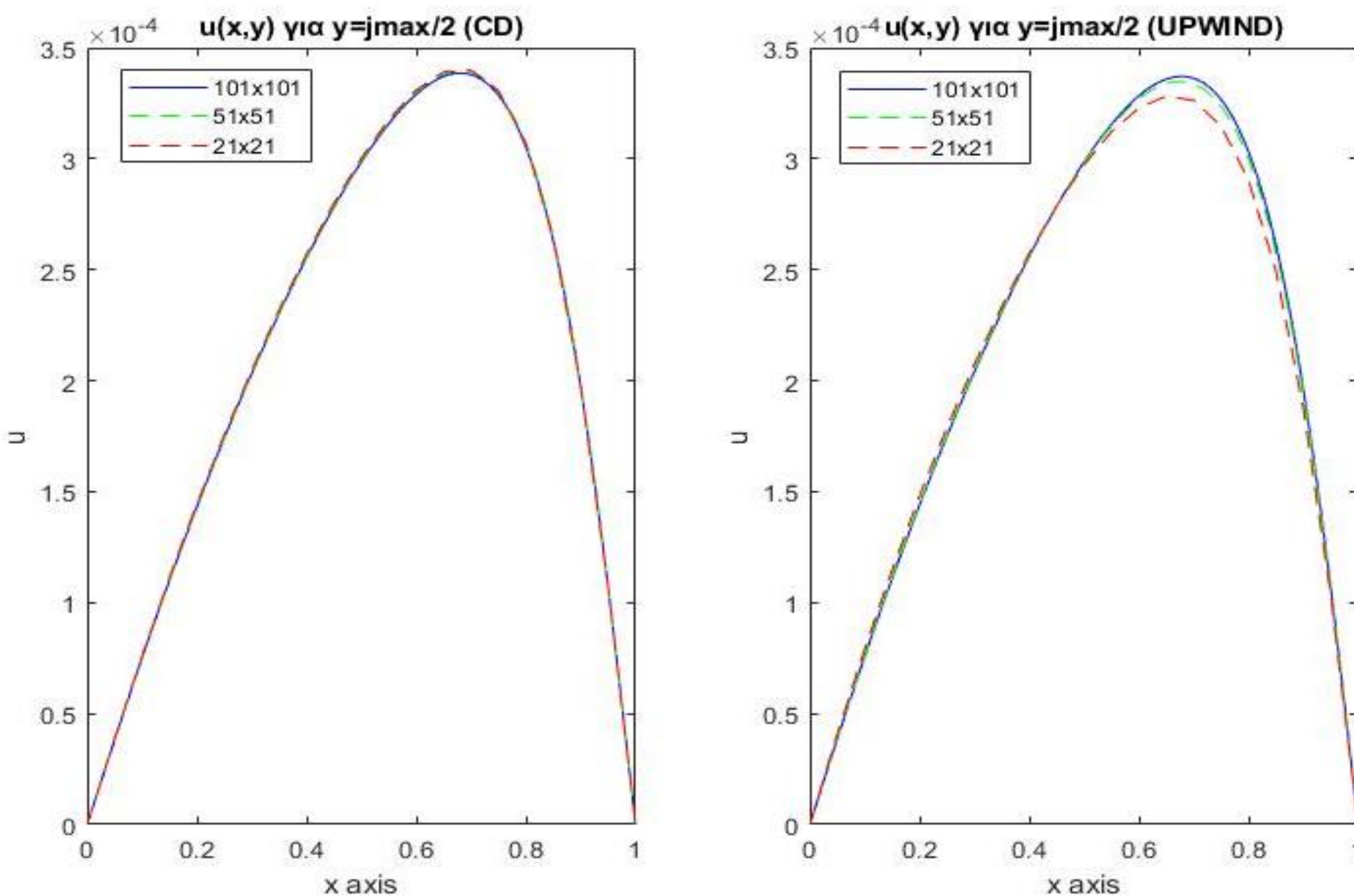
- 101 x 101
- 51 x 51
- 21 x 21

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΠΛΕΓΜΑ (ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ)



Κατανομή ταχυτήτων u για κάθε μέθοδο, σε τομή (“φέτα”) κατά μήκος του μέσου του άξονα y.

ΜΕΛΕΤΗ ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑΣ ΛΥΣΗΣ ΑΠΟ ΤΟ ΠΛΕΓΜΑ



Διαγράμματα σύγκρισης ταχύτητας u για κάθε πλέγμα σε τομή (“φέτα”) κατά μήκος του μέσου του άξονα y.

ΣΧΟΛΙΑ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Λόγω χώρου παρουσιάζονται μόνο οι κατανομές της οριζόντιας συνιστώσας ταχύτητας u σε τομή κατά μήκος του μέσου του άξονα y. Ασφαλώς στην εργασία παρουσιάζονται όλες οι κατανομές της ταχύτητας u, v σε τομή κατά μήκος και του μέσου του άξονα y και του x.

- Οι κατανομές στο πλέγμα 101x101 είναι οι πιο ακριβείς, αφού το πλέγμα είναι πυκνότερο από τα άλλα. Σε αυτό το πλέγμα οι κατανομές και για τις δύο μεθόδους σχεδόν ταυτίζονται.
- Αραιώνοντας το πλέγμα παρατηρούμε ότι η καμπύλη των κεντρικών διαφορών (κόκκινη) σταματάει να ταυτίζεται με αυτή της προσήμες μεθόδου (πράσινη). Προφανώς μειώνεται και η ακρίβεια για κάθε μέθοδο.
- Από τα τελευταία διαγράμματα σύγκρισης της κατανομής ταχύτητας u για κάθε πλέγμα, παρατηρούμε ότι για τις κεντρικές διαφορές (αριστερά) οι καμπύλες συνεχίζουν σχεδόν να ταυτίζονται παρόλο που αραιώνεται το πλέγμα. Αντίθετα, η καμπύλη κατανομής ταχύτητας για την προσήμεμη μέθοδο (δεξιά) αρχίζει να “απομακρύνεται” από την καμπύλη με την μεγαλύτερη ακρίβεια (για πλέγμα 101x101). Παρόλα αυτά όμως φαίνεται να υπάρχει ανεξαρτησία της λύσης από το πλέγμα και για τις δύο μεθόδους. Ωστόσο, συμπεραίνεται ότι καθώς αραιώνεται το πλέγμα οι κεντρικές διαφορές είναι πιο ακριβείς σε σχέση με την προσήμεμη μέθοδο.